

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО.

**6 класс. Конструкции и алгоритмы. 26 мая 2009.**

1. Докажите, что для любого четного натурального  $n$  существуют целые числа, сумма которых равна 0, а произведение равно  $n$ .
2. Выберите 49 клеток доски  $10 \times 10$  и проведите в них диагонали так, чтобы никакие две диагонали не имели общего конца.
3. Имеется аппарат СЛБ-2009, который за  $n^2$  рублей среди  $n$  монет умеет находить самую тяжелую. а) Как найти самую тяжелую из 8 различных по весу монет, потратив ровно 28 рублей? б) За какое наименьшее число рублей можно найти самую тяжелую из 100 различных по весу монет?
4. Разрежьте квадрат  $9 \times 9$  на прямоугольники  $1 \times 3$  так, чтобы ни в каком узле не сходились четыре прямоугольника.
5. Расставьте на доске  $6 \times 6$  числа от 1 до 36 так, чтобы любое число было либо больше, либо меньше всех своих соседей по стороне, и либо больше, либо меньше всех своих соседей по диагонали.
6. С неоднозначным числом разрешается проделывать следующую операцию: отделять от него последнюю цифру и умножать на нее то, что осталось. а) Придумайте трехзначное число такое, что, если с ним такую операцию проделать трижды, то получится 7. б) Придумайте хотя бы три таких трехзначных числа.
7. В левом нижнем углу квадрата  $2009 \times 2009$  стоит конь. При этом все клетки левого столбца и нижней строки покрашены в красный цвет. Конь может ходить по шахматным правилам, но не может ходить на красные поля. После каждого хода все клетки в строке и столбце, на пересечении которых стоит конь, перекрашиваются в красный цвет. Докажите, что такими ходами можно закрасить в красный цвет всю доску.